第1章　強度と応力

1-5 強度評価を支える黒子

■ 破損仮説式が単軸に変換するしくみを持っている

次に、「強度評価判定式」に関する2つ目の留意点に移ろう。

念の為、再三、この式を上げさせて頂く：

$$\sigma_e \geqq \sigma_{al} \left(= \frac{\sigma_b}{\alpha_m} \right)$$

σ_e ：設計応力
σ_{al}：許容応力
α_m ：安全係数
σ_b ：基準応力
降伏点、引張強さ、など

その2：　評価は多軸応力？　単軸応力？

前述したように、右辺の材料データは、単軸（1軸）で測定した値だ。一方、構造体に実際に働いている応力は、多軸（2軸、あるいは3軸）での応力状態である。この違いに対し、如何に整合性を採っているのか、設計応力σ_eは、如何に取り扱われるべきであろうか？

結論的に言ってしまおう。
この課題を踏まえて考え出されたのが、種々の**破損仮説**の考え方である。破損仮説とは、部材に働いている3軸の応力状態と**弾性破損**との関係を示したものである。重要なのは、実はどの破損仮説も3軸から1軸へ変換する仕掛けを内在している点だ。つまり、等価な置き換えを行っている点がポイントなのだ。

具体的に、一般的に強度評価で使われている破損仮説で概説しよう。
以下に、代表的な3説を示す：

① **最大主応力説**

$$\sigma_e = \sigma_1 \quad \text{又は} \quad \sigma_e^* = \sigma_3$$

② **最大せん断応力説　（トレスカの応力）**

$$\sigma_e = \sigma_1 - \sigma_3$$

③ **せん断ひずみエネルギー説　（ミーゼスの応力）**

$$2\sigma_e^2 = (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2$$

ここで、σ_eが設計応力であり、σ_1, σ_2, σ_3は主応力である。
但し、　$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ 。

一般的に、最大主応力説は脆性材料に、又、最大せん断応力説とせん断ひずみエネルギー説は、延性材料に適合すると言われている。

式からお分かりのように、どの説も1軸への等価な垂直応力σ_eに変換されている。比べるべき一方の材料試験片は、一般的に1方向(単軸) で試験されている。この点に留意したい。
各説はその事を考慮して１軸(垂直応力)に変換され、設計応力σ_eとして使われているわけである。

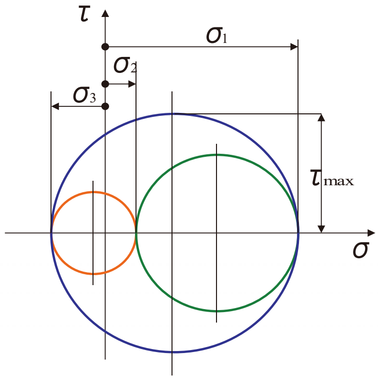
このように、破損仮説式は、評価判定手段としての意義だけでなく、同時に、変換機能を持っている。この点が実に興味深い。
そして、それを活用している強度評価判定式は、「多軸を等価な単軸に変換されている」という前提で出来ている、と観ることもできる。

その「変換」で重要な役割を演じているのが主応力だ。どの説も主応力（垂直応力の最大値）より求めている点を留意してほしい。
ある危険個所の応力状態(応力テンソル)を把握したら、ともあれ、その主応力を押さえることが肝要である。その為にも、応力テンソルの概念とテンソルの主軸問題・座標変換を理解しておく事が重要となる。

なお余談だが、上の3説は静的、動的（疲労）な強度問題に適用可能だが、どれも「実証的経験則」からの仮説・通説である点を付記したい。
つまり、これらの判定式は多くの積み上げられた実データに支えられたモデルではあるが、製品・部品開発での実際の活用に当たっては、貴社での実破損事例との検証・確認を行っておくことをお勧めしたい。

■ モール円で応力状態を直観できる

ところで、破損仮説式は各主応力から得られることを先に述べたが、なぜこの式が成り立つのであろうか？
最も直観的視覚的に分り易いのは、**図式解法**として利用できる**モール円**であろう。３軸(3次元)でのモール円を表すと下図（**図1.11**）の如くとなる。



σ_1，σ_2，σ_3：主応力　但し、$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$

図1.11 3次元でのモール応力円

こうなる理由を取り敢えず脇に置いて、これを認めれば、先ほどの各説での設計応力σ_eは、等価垂直応力であり、この図より容易に推察できるであろう。

但し、最大せん断応力説とせん断ひずみエネルギー説は、多少、補足説明が必要かも知れない。以下に、参考までに補記しておく。

●最大せん断応力説（トレスカの応力）：

$$\tau_{max} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{1}{2}\sigma_e$$

$$\therefore \sigma_e = \sigma_1 - \sigma_3$$

●せん断ひずみエネルギー説（ミーゼスの応力）：

E: 縦弾性係数、ν：ポアソン比　とすれば、
せん断ひずみエネルギUsは次のように置ける。（詳細は省略）

$$U_s = \frac{\nu+1}{6E}\left\{(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_3-\sigma_1)^2\right\}$$

試験片は1軸であるので、試験片相当でのUsは次のようになる。

$$\sigma_1 = \sigma_e, \quad \sigma_2 = \sigma_3 = 0$$

$$U_s = \frac{\nu+1}{3E}\sigma_e^2$$

両者のせん断ひずみエネルギUsを等価と置くと：

$$\therefore 2\sigma_e^2 = (\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_3-\sigma_1)^2$$

■ 質の不均衡に気を付けよう

最後に、強度評価判定式に関する留意点の3つ目を上げよう。

その3：　両辺の情報の質は均衡か？

強度評価判定式：

$$\boxed{\sigma_e \geqq \sigma_{al}\left(=\frac{\sigma_b}{\alpha_m}\right)}$$

σ_e：設計応力
σ_{al}：許容応力
α_m：安全係数
σ_b：基準応力
降伏点、引張強さ、など

執拗に、ここでも、強度評価判定式を載せた。

皆さんは両辺の値の精度を上げるために、それぞれどれ程の労力・パワーを掛けているでしょうか？

昨今は、**運動機構解析**(MBD)や**有限要素法**(FEM)などのコンピュータ・プログラムが広く活用されている。左辺の値を得るのに計算モデルもかなり複雑化・精密化され、相当の人的パワーを掛けているようだ。

一方、右辺の「材料基準応力」に関しては、如何であろう？必要な材料データを得るのに、はたして、必要十分なのパワーを投入しているのであろうか？

恐らく、右辺の「材料基準応力」に比べて、圧倒的に左辺：「部材に発生する応力」の求出の方に手間を掛けているに違いない。

一般的な「手間の量が質の向上に繋がる」という前提に立てば、この人工投入不均衡、或いはデータ精緻不均衡をどのように解釈すべきか。

「不均衡でも良いではないか」という考え方もあると思う。けれど、筆者は"質の均衡"を重視する。つまりは、「計算モデルが精緻なら材料の情報もそれなりに精密なデータを入手して使え」、「材料情報がアバウトなら計算モデルも粗い簡便モデルにしろ」、という考えだ。

筆者のこの発想は、美的感覚から来ているかも知れない。何事もバランスが取れていないと"美しく"感じないのだ。

何かの書物でこんな記事に触れたことがある。

「ヒトの脳では『美しいものを美しい』と判断する領域と『正しいものを正しい』と判断する領域は同じである」

これを更に推し進めると、「美しいものは正しい」、「正しいものは美しい」と成りはしないだろうか。

以上、この章で強度評価での基本的な方法について述べた。そして、そこで、応力というものが重要な役割を演じていることを示した。

次章から「金属疲労」について取り上げる。